

R. Benda

1968

MAGNETISCHE VERUNREINIGUNGEN IN
SUPRALEITERN

Inaugural - Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Johann Wolfgang Goethe - Universität
zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

Rainer Benda
aus Aussig

Frankfurt am Main, Oktober 1968.

Gedruckt mit Genehmigung der Naturwissenschaft-
lichen Fakultät der Universität Frankfurt/Main

Dekan:	Professor Dr. H. Berckhemer
Erster Berichterstatter:	Professor Dr. P. Fulde
Zweiter Berichterstatter:	Professor Dr. W. Martienssen

Tag der mündlichen Prüfung:

28. Oktober 1968

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
------------	---

A. Der Einfluß von Schwankungen des inneren Feldes auf die Übergangstemperatur von Supraleitern

I. Magnetische Legierungen	4
II. Modell eines Supraleiters mit magnetischen Verunreinigungen	8
III. Greensche Funktion der Elektronen	11
IV. Berechnung der Übergangstemperatur	17

B. Kritische Felder in Supraleitern

V. Greensche Funktion der Elektronen im äußeren Magnetfeld	19
VI. Berechnung kritischer Magnetfelder	24

Literaturangaben und Hinweise	28
-------------------------------	----

Abbildungen	30
-------------	----

-Einleitung-

Wir untersuchen in dieser Arbeit einige Eigenschaften supraleitender Systeme, die Verunreinigungen enthalten. Insbesondere beschäftigen wir uns mit dem Fall, daß die Verunreinigungen mit einem effektiven magnetischen Moment in die Wirtssubstanz eingebaut werden. Man spricht dann von sogenannten lokalisierten magnetischen Momenten. Eine zufriedenstellende Theorie, die die Existenz von solchen Momenten erklärt und die Vorhersage ermöglicht, ob eine Substanz mit oder ohne magnetisches Moment in eine Matrix eingelagert wird, ist noch nicht bekannt. Phänomenologische Ansätze gibt es von Friedel und Mitarbeiter (1), Ansätze zu einer mikroskopischen Theorie stammen von Anderson (2). Wir wollen uns in weiteren nicht mit diesem Problem beschäftigen, erwähnen aber noch, daß es im allgemeinen durch Resonanzexperimente möglich ist, das magnetische Moment einer Verunreinigung in einer Wirtssubstanz zu bestimmen (3).

Magnetische Verunreinigungen haben in Gegensatz zu nichtmagnetischen Verunreinigungen einen starken Einfluß auf die Übergangstemperatur ; dies ist seit den Experimenten der Göttinger Gruppe und von Matthias und Mitarbeiter (5) bekannt. Es zeigte sich, daß schon Verunreinigungskonzentrationen von 1 - 2% die Supraleitung vollständig zerstören. Nach Ansätzen von Herring, Suhl und Matthias (6, 7), erklärten Abrikosov und Gorkov (8) dieses Verhalten durch Spinflip - Streuung der Elektronen an den magnetischen Verunreinigungen. Die Austauschwechselwirkung zwischen dem Spin der Verunreinigungen und dem der Elektronen bewirkt eine endliche Lebenszeit der Cooper Paare, was wiederum zu einer Verminderung der Übergangstemperatur des Supraleiters führt. Reif und Woolf (9) bestätigten durch Tunnelexperimente an supraleitenden Filmen mit seltenen Erden als Verunreinigung (in verhältnismäßig geringer Konzentration) die Abrikosov-Gorkovsche Theorie (AG) im Detail. Messungen der Übergangstemperatur als Funktion der Verunreinigungskonzentration (5,10) zeigten dagegen nur für kleine Konzentrationen gute Übereinstimmung mit der AG-Theorie, unterhalb der kritischen Konzentration traten Abweichungen auf (Abb.1). Es wurde bereits mehrmals vorgeschlagen, daß die mangelnde Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment von Korrelationen zwischen den Verunreinigungen, die in der AG vernachlässigt wurden, herrühren könnten (5, 11,12,13).

Suszeptibilitätsmessungen von Matthias und Hein (5) und Finnemore und Mitarbeitern (14), die im kritischen Konzentrationsbereich ein Maximum fanden, deuten ebenfalls auf eine derartige Interpretation hin. Befinden sich die Verunreinigungen in einem magnetischen Feld, im einfachsten Fall in dem von den Nachbarn herrührenden Feld, können sie bei Spinflip - Streuung der Elektronen ihren Spin nicht mehr frei rotieren; Spinflip -Streuung der Elektronen an den Verunreinigungen ist mit Energieaustausch verbunden. Da aber nicht alle Elektronen über genügend Energie verfügen, um die Verunreinigung in einen anderen Spin-zustand zu bringen, vermindert sich der Streuquerschnitt für Spinflip-Prozesse. Es stellte sich im Rahmen einer Molekularfeldapproximation (d.h. die Verunreinigungen befinden sich im ferromagnetischen Zustand, das äußere Feld ist Null) heraus (15, 15a), daß auf Grund des Energieaustauschs bei Streuung von Elektronen an Verunreinigungen sowohl der Paarbrechungseffekt des inneren Feldes als auch der der lokalisierten magnetischen Momente vermindert werden kann. Allerdings erweist sich eine Molekularfeldnäherung als zu groß, Abweichungen von der AG - Theorie treten bereits bei viel höheren Temperaturen als der Curietemperatur des Verunreinigungssystem auf (Abb. 2). Es zeigte sich insbesondere, daß die in der Literatur auftretende Behauptung, im ferromagnetischen Zustand vergrößere sich gegenüber dem paramagnetischen Zustand die kritische Konzentration um den Faktor $(S+1)/S$, S ist der Spin der Verunreinigung, nicht haltbar ist.

Im Teil A untersuchen wir die Struktur des inneren Feldes von Standpunkt einer mikroskopischen Theorie. Die Suszeptibilitätsmessungen von Matthias, Hein und Finnemore (5, 14) und ähnliche Ergebnisse bei Untersuchungen der magnetischen Struktur von Cu - Mn Legierungen (16) deuten darauf hin, daß sich Systeme mit magnetischen Verunreinigungen in einem Zustand befinden, den man als statistischen antiferromagnetischen Zustand bezeichnen könnte. Die geringe Konzentration der Verunreinigungen läßt einen sich über die ganze Probe erstreckenden geordneten Zustand (long range order) unwahrscheinlich werden, vielmehr scheint es plausibel, daß nur kurzreichweitige Korrelationen zwischen den Verunreinigungen existieren (short range order), die man durch Fluktuationen des inneren Feldes beschreiben kann. Weiterhin geben wir eine Methode an, wie man

bei bekannter Struktur des inneren Feldes am Ort einer Verunreinigung die Übergangstemperatur numerisch berechnen kann. Im Fall von statistisch orientierten Verunreinigungsspins führen wir die Rechnung durch und finden, daß die kritische Konzentration empfindlich von der Struktur des inneren Feldes abhängt (Abb.3-5).

Im Teil B berechnen wir kritische Magnetfelder von Supraleitern. Die von Fulde und Maki (17) entwickelte Theorie wird soweit verallgemeinert, daß auch der Energieaustausch der Elektronen mit den durch ein äußeres Feld polarisierten Verunreinigungen berücksichtigt werden kann; außerdem unterliegt die Theorie keiner Einschränkung mehr bezüglich der Stärke der Spin - Bahn Wechselwirkung. Letztere hat einen abschwächenden Einfluß auf die Austauschwechselwirkung, die in Grenzfall großer Spin - Bahn Wechselwirkung fast völlig unterdrückt wird. Im Rahmen der Theorie gelingt eine zufriedenstellende Erklärung der kritischen Feldmessungen von Parks und Mitarbeiter (18).

A.- Der Einfluß von Schwankungen des inneren Feldes auf die Übergangstemperatur von Supraleitern mit magnetischen Verunreinigungen.

I. Magnetische Legierungen

Wir wollen in diesem Kapitel einige Eigenschaften von Legierungen, die sich aus einem nichtmagnetischen Wirtsmetall und in letzterem gelösten, statistisch verteilten magnetischen Verunreinigungen zusammensetzen, diskutieren und insbesondere die Struktur des inneren Magnetfeldes untersuchen. Daß Korrelationen zwischen den Spins der Verunreinigungen starken Einfluß auf physikalische Eigenschaften von solchen Legierungen haben können, wurde bereits von Ruderman und Kittel (19) im Zusammenhang mit einem anderen Problem aufgezeigt. Die beiden Autoren konnten die anomale Verbreiterung der Absorptionslinie bei Kernspinresonanz in Silber durch eine indirekte Wechselwirkung der Kernspins über die Leitungselektronen erklären. Die gleiche Wechselwirkung, nun aber nicht zwischen den Kernspins sondern zwischen den Spins der magnetischen Verunreinigungen, existiert auch in den oben beschriebenen Legierungen. So kann man z.B. wesentliche Eigenschaften von Mn - Cu Systemen (Mn in geringer Konzentration in Cu gelöst), wie den Verlauf der spezifischen Wärme und der Suszeptibilität bei tiefen Temperaturen im Rahmen einer solchen Wechselwirkung verstehen (1, 20, 21). Ähnliches gilt für die magnetischen Eigenschaften der seltenen Erden, bzw. für Legierungen, die seltene Erden als Verunreinigung enthalten (22).

1.- Indirekte Wechselwirkung zwischen den Spins der Verunreinigungen.

Bei den zitierten Untersuchungen liegt folgende Modellvorstellung zugrunde : die Kopplung zweier magnetischer Verunreinigungen erfolgt über die Leitungselektronen; letztere treten über eine lokale Austauschwechselwirkung mit den magnetischen Verunreinigungen, d.h. mit deren d- bzw. f- Elektronen in Wechselwirkung. Diese Kontaktwechselwirkung hat die Form (6, 7, 23, 24)

$$H_{int} = - \frac{J}{N} \sum_{\vec{r}} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{r}_n) \vec{G}_{\alpha\beta} \vec{S}_n \psi_{\beta}(\vec{r}_n) \quad (11)$$

hierbei sind die $G_{\alpha\alpha'}$ die Matrixelemente der Paulimatrizen, $\vec{S}_n$ der Operator des Spins der d - bzw f - Schale der Verunreinigung am Ort $\vec{r}_n$ und N die Zahl der Gitterplätze. Summiert wird über alle Verunreinigungsorte. J ist das Austauschintegral zwischen einem Leitungselektron und einem d - Elektron, in weiteren betrachten wir J als Konstante.

Daß ein solcher phänomenologischer Ansatz sinnvoll ist, wurde von Schrieffer und Wolff (25) begründet : es läßt sich zeigen, daß (I1) aus Anderson's mikroskopischem Ansatz (2) abgeleitet werden kann. Mit (I1) erhält man in zweiter Ordnung Störungstheorie folgenden Ausdruck für die indirekte Wechselwirkung zwischen den Verunreinigungen (eine detaillierte Rechnung findet sich bei Yosida (24) und Kasuya (26))

$$H_{ss} = \left(\frac{3n}{N}\right)^2 \frac{2\pi}{\epsilon_F} J^2 \sum_{i,j} F(2k_F R_{ij}) \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = \sum_{i,j} V_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (I2)$$

$$F(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^4} \quad (I3)$$

n ist die Zahl der Leitungselektronen, also n/N die Zahl Leitungselektronen pro Atom, $R_{i,j}$ der Abstand der Orte i und j , k_F der Fermiimpuls.

2.- Die Struktur des inneren Feldes.

Da die magnetischen Eigenschaften der hier untersuchten Systeme von den Verunreinigungen, die in geringer Konzentration ($\sim 1\% - 1\%$) statistisch im Wirtsmetall verteilt sind, herrühren, kann es im Gegensatz zu einem Ferro - bzw. Antiferromagneten keine magnetische Ordnung über größere Bereiche hinaus geben (long range order). Es können deshalb auch keine Spinwellen in den untersuchten Substanzen existieren. Aus diesem Grunde scheint uns folgende Approximation gerechtfertigt : wir ersetzen in (I2) die Spinoperatoren $\vec{S}_i$ durch Operatoren μ_i , die nur die Werte ± 1 annehmen, oder mit anderen Worten, wir ersetzen das bei der Formulierung von (I2) zugrunde gelegte Heisenberg Modell durch ein Ising Modell.

Außerdem wollen wir in (13) $\sin 2k_F R_{ij}$ gegenüber $2k_F R_{ij} \cos 2k_F R_{ij}$ vernachlässigen; $2k_F R_{ij}$ liegt in den meisten Metallen bei 6 -7. Das Feld am Ort der i-ten Verunreinigung ist dann

$$H_i = \sum_j v_{ij} \mu_j \quad (14)$$

Für die Wahrscheinlichkeitsverteilung $n(H)$ des Feldes am Ort irgendeiner Verunreinigung leitet man sich leicht mit Hilfe der Fouriertransformierten

$$P(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(H) e^{i p H} dH = \overline{e^{i p H}}$$

folgenden Ausdruck ab :

$$p(H) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i p H} \overline{e^{i p H}} dH \quad (15)$$

Hierbei wurde vorausgesetzt, daß die Verunreinigungsspins statistisch orientiert sind; sonst wäre $n(H)$ auch eine Funktion der Temperatur.

Mit (14) hat man dann

$$\overline{e^{i p H_i}} = \prod_j \frac{1}{2} \sum_{\mu=\pm 1} \overline{e^{i p v_{ij} \mu}}$$

Betrachtet man die Orte der Verunreinigungen r_j als unabhängige statistische Variable, folgt sofort

$$\overline{e^{i p H}} = \left[\frac{1}{2} \frac{1}{V} \sum_{\mu=\pm 1} \int_V e^{i p v(r) \mu} d^3 r \right]^{N'}$$

N' ist die Zahl der Verunreinigungen im Volumen V . Wir haben der Einfachheit halber die i -te Verunreinigung in den Ursprung des Koordinatensystems gelegt. Mit $v(r)$ aus (12) erhalten wir nach einigen Umformungen im Grenzfall großer Volumina :

$$\overline{e^{i p H}} = e^{-4 N V c} \quad (16)$$

Der Faktor 4 kommt daher, daß es in den häufig untersuchten Systemen mit Lanthan als Wirtsmetall (Lanthan ist kubisch flächenzentriert) 4 Gitterplätze pro Einheitszelle gibt. Dienen andere Substanzen als Wirtsmetall, muß dieser Faktor modifiziert werden.

C ist die Konzentration der Verunreinigungen; $C = N'/N$

$$V' = \frac{4\pi}{V} \int_0^{\infty} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\rho a \cos 2k_F r}{r^3} \right] \right\} r^2 dr \quad (I7)$$

$$a = \left(\frac{3\hbar}{N} \right)^2 \frac{2\pi}{\epsilon_F} J^2 S^2 \frac{1}{(2k_F)^3}$$

Da $\cos 2k_F r$ eine örtlich schnell veränderliche Funktion ist, können wir im Integranden in guter Approximation $\cos k_F r$ durch den Mittelwert $1/\sqrt{2}$ ersetzen. Berücksichtigt man noch, daß es einen Mindestabstand r_0 zwischen den Verunreinigungen gibt, das Integral also von r_0 bis ∞ zu erstrecken ist, so nimmt V' folgende Form an

$$V' = \frac{4\pi}{3} \rho \frac{a}{\sqrt{2}} \left[\frac{\cos x_0 - 1}{x_0} + \int_0^{x_0} \frac{\sin x}{x} dx \right] \quad (I8)$$

mit

$$x_0 = \frac{\rho a}{\sqrt{2} r_0^3}$$

Das Integral kann näherungsweise berechnet werden (31). Wir erhalten schließlich für die Wahrscheinlichkeitsverteilung des inneren Feldes den Ausdruck

$$\rho(H) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{H^2}{\sigma^2} \right] \quad (I9)$$

$$\sigma = \left[\frac{8\pi}{3(Cr_0)^3} \right]^{1/2} C \cdot a$$

Die hier vorgeführte Methode von Klein und Brout (20) ist nicht auf statistisch orientierte Verunreinigungsspins beschränkt. Ein magnetisch geordneter Zustand, wie er bei Cluster-Bildung entsteht (die ganze Probe setzt sich aus Clustern verschiedener Magnetisierungsrichtung zusammen) wurde ebenfalls von den beiden Autoren behandelt. Einzelheiten finden sich in der zitierten Publikation.

11.- Modell eines Supraleiters mit magnetischen Verunreinigungen.

Wie wir im 1. Kapitel gesehen haben, kann das innere Feld am Ort einer Verunreinigung durch eine Gewichtsfunktion $\rho(\mathbf{H})$ beschrieben werden. Wir können uns deshalb im Rahmen der oben benutzten Approximation auf den Fall beschränken, daß sich die Verunreinigungen in irgendeinem räumlich konstanten Feld H befinden und brauchen später nur über H zu mitteln. Da die Verunreinigungen einen drastischen Einfluß auf die supraleitenden Eigenschaften haben, müssen wir die Elektron-Phonon Wechselwirkung, beschrieben nach der Theorie von Bardeen, Cooner und Schrieffer (27, 28), und die Austauschwechselwirkung der Elektronen mit den magnetischen Verunreinigungen selbstkonsistent auf gleicher Ebene behandeln. Den Einfluß der Austauschwechselwirkung berücksichtigen wir im Rahmen der zweiten Bornschen Näherung. Effekte, die sich erst in höherer Ordnung bemerkbar machen, wie der Kondoeffekt, sind nicht in dieser Approximation enthalten.

Die Methode, die uns die Berücksichtigung des Energieaustausches bei Spinflip - Streuung der Elektronen an den statistisch verteilten Verunreinigungen ermöglicht, geht auf eine Idee von W. Götze (29) zurück. Eine genaue Diskussion findet sich bei J. Keller (15). Wir vernachlässigen die kristallographische Struktur des Systems und approximieren den aktuellen Zustand durch ein Verunreinigungsgas mit folgendem Hamiltonoperator :

$$\text{mit } H_{imp} = \sum_{\mathbf{k}, \alpha} (\epsilon_{\mathbf{k}, \alpha} - \lambda) b_{\mathbf{k}, \alpha}^+ b_{\mathbf{k}, \alpha} \quad (111)$$

$$\sum_{\mathbf{k}, \alpha} \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_{\mathbf{k}, \alpha} - \lambda)] + 1} = c N \quad (112)$$

Hierbei ist $b_{\mathbf{k}, \alpha}$ der Vernichtungsoperator einer Verunreinigung mit Impuls $\mathbf{k}$ und Spin α , ($\alpha = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$), λ das chemische Potential des Verunreinigungssystems; c die Konzentration der Verunreinigungen und N die Zahl der Gitterplätze in einem Kristall mit Volumen V . Der Operator (111) hat die gleiche Struktur wie der Hamiltonoperator eines Systems freier Fermionen. Wir können deshalb die schon bekannten diagrammatischen Methoden benutzen, wenn man berücksichtigt, daß die elektronischen Anregungszustände einer Verunreinigung bedeutend größere Energien haben, als die Zustände mit verschiedener Spinquantenzahl α .

Im Grenzfall kleiner Konzentration ist $\epsilon_{\mathbf{k}\alpha} - \lambda$ sehr groß gegenüber T, deshalb können wir in (II2) die Fermifunktion durch eine Boltzmannfunktion ersetzen; außerdem ist der Fehler, der durch eine mögliche Mehrfachbesetzung eines Gitterplatzes durch Verunreinigungen mit verschiedenen Spinquantenzahlen entsteht, vernachlässigbar klein. In diesem Formalismus bedeutet die Streuung an einer Verunreinigung die Vernichtung eines Verunreinigungszustandes mit Spinquantenzahl $\mathcal{X}$ und die Erzeugung eines anderen mit Spinquantenzahl $\mathcal{X}'$.

Der Operator der Austauschwechselwirkung (I1) nimmt dann die Form an

$$H_{ex} = - \sum_{\substack{\mathbf{p}, \mathbf{q} \\ \mathcal{X}, \mathcal{X}' \\ \alpha, \alpha'}} J(\mathbf{q}) b_{\mathbf{p}-\mathbf{q}, \mathcal{X}}^+ b_{\mathbf{p}, \mathcal{X}'} (\vec{\sigma}_{\mathcal{X}\alpha} \cdot \vec{S}_{\mathcal{X}'\alpha'}) c_{\mathbf{p}+\mathbf{q}, \alpha}^+ c_{\mathbf{p}\alpha'} \quad (\text{II3})$$

$c_{\mathbf{p}\alpha}^+$ ist der Erzeugungsoperator eines Elektrons mit Impuls $\mathbf{p}$ und Spin α .

Diese Methode hat mathematische Ähnlichkeit mit einer von Abrikosov (30) beim Kondoproblem benutzen Methode. Wir beginnen allerdings direkt mit statistisch verteilten Verunreinigungen.

Mit (II1) und (II3) nimmt der Hamiltonoperator des untersuchten Modells folgende Form an :

$$\begin{aligned} H &= H_{el} + H_{BCS} + H_{imp} + H_{ex} + H_{pot} \\ H_{el} &= \sum_{\mathbf{k}, \alpha} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) c_{\mathbf{k}, \alpha}^+ c_{\mathbf{k}, \alpha} \\ H_{BCS} &= - \frac{g}{2} \sum_{\substack{\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{q} \\ \alpha, \alpha'}} c_{\mathbf{p}+\mathbf{q}, \alpha}^+ c_{\mathbf{p}', \mathbf{q}, \alpha'}^+ c_{\mathbf{p}'\alpha'} c_{\mathbf{p}\alpha} \\ H_{pot} &= \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, i} U_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}') e^{-i(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\vec{r}_{\mathbf{n}}} a_{\mathbf{n}}^+ a_{\mathbf{n}} c_{\mathbf{p}, i}^+ c_{\mathbf{p}', i} \end{aligned} \quad (\text{II4})$$

g ist die Elektron-Phonon Wechselwirkungskonstante.

H_{BCS} ist der reduzierte Operator der Elektron-Phonon Wechselwirkung, wie er in der BCS - Theorie auftritt (28, 31). Die Streuung der Elektronen an nichtmagnetischen Verunreinigungen, Oberflächen, Ver-
setzungen u.s.w. berücksichtigen wir in H_{pot} (32).

Um die Austauschwechselwirkung und die BCS - Wechselwirkung in bequemer Weise nebeneinander behandeln zu können, führen wir vierkomponentige Vektoren (33) ein

$$\underline{\psi}_p = \begin{bmatrix} c_{p\uparrow} \\ c_{p\downarrow} \\ c_{-p\uparrow}^\dagger \\ c_{-p\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} \quad \underline{\psi}_p^\dagger = [c_{p\uparrow}^\dagger, c_{p\downarrow}^\dagger, c_{-p\uparrow}, c_{-p\downarrow}] \quad (II5)$$

und wir definieren eine Greensche Funktionsmatrix

$$G_{\mu,\nu}(p,\tau) = -\langle T \{ \underline{\psi}_p^\mu(\tau), \underline{\psi}_p^\nu(0) \} \rangle \quad (II6)$$

Die Nebendiagonalelemente dieser 4×4 Matrix enthalten die Information über den supraleitenden Zustand und müssen selbstkonsistent bestimmt werden.

Zusammen mit den modifizierten Paulimatrizen

$$\rho_3 \sigma_2 \equiv \begin{pmatrix} \sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \quad (II7)$$

können wir den Hamiltonoperator (II4) in eine für die Graphentechnik praktische Form umschreiben (34):

$$\begin{aligned} H_{el} &= \sum_k (\epsilon_k - \mu) \underline{\psi}_k^\dagger \rho_3 \sigma_0 \underline{\psi}_k \\ H_{BCS} &= -\frac{g}{2} \sum_{\substack{k,k' \\ q}} (\underline{\psi}_{k+q}^\dagger \rho_3 \sigma_0 \underline{\psi}_k) (\underline{\psi}_{k'-q}^\dagger \rho_3 \sigma_0 \underline{\psi}_{k'}) \\ H_{ex} &= -\frac{J}{N} \sum_{\substack{p,k,q \\ x,x'}} (b_{p-q,x}^\dagger \vec{S}_{x,x'} b_{p,x}) (\underline{\psi}_{k+q}^\dagger \vec{\sigma} \underline{\psi}_k) \\ H_{pot} &= \sum_{n,p,p'} u_1(p,p') e^{-i(p-p')\vec{r}_n} a_n^\dagger a_n (\underline{\psi}_p \rho_3 \sigma_0 \underline{\psi}_{p'}) \\ &= \frac{1}{2} (1+\epsilon) \vec{r}_n + \frac{1}{2} (1-\epsilon) \vec{r}_n \end{aligned} \quad (II8)$$

III.- Greensche Funktion der Elektronen.

Um die temperaturabhängige Greensche Funktion unseres System zu berechnen, gehen wir in zwei Schritten vor. Zuerst formulieren wir für ein festes inneres Feld eine Dysongleichung, die wir formal in zweiter Bornscher Näherung in der Austauschwechselwirkung lösen. Dies führt auf ein System von gekoppelten Gleichungen. Im zweiten Schritt betrachten wir das innere Feld als statistische Variable und mitteln die Gleichungen über H.

1.- Dysongleichung

Die Greensche Funktion eines Systems freier Elektronen lautet:

$$G_0(\vec{p}, \omega_n) = (i\omega_n - \rho_3 \sigma_0 \xi_p)^{-1} \quad (\text{III1})$$

hierbei ist $\omega_n = (2n+1)\pi T$, n eine ganze Zahl, T die Temperatur des Systems und $\xi_p = \frac{p^2}{2m} - \mu$

Die Greensche Funktion des wechselwirkenden Systems $G(\vec{p}, \omega_n)$ kann dann mit Hilfe eine Dysongleichung berechnet werden (35)

$$G^{-1}(\vec{p}, \omega_n) = G_0^{-1}(\vec{p}, \omega_n) - \Sigma(\vec{p}, \omega_n) \quad (\text{III2})$$

$\Sigma(\vec{p}, \omega_n)$ ist die Selbstenergie.

Es ist im allgemeinen nicht möglich, Gleichung (III2) exakt zu lösen. Doch ergeben vielfach schon die ersten Glieder einer störungstheoretischen Reihe oder Teilsummationen ein gutes Bild der physikalischen Situation. So braucht z.B. zum Studium der supraleitenden Eigenschaften eines Systems nicht die Elektron-Phonon-Wechselwirkung in exakter Form berücksichtigt werden. Ausgehend von einer recht groben Approximation gelangten Bardeen, Cooper und Schrieffer zu einem befriedigendem Verständnis dieses Phänomens.

Der erste wesentliche Beitrag des Energieaustausches der Elektronen mit den magnetischen Verunreinigungen tritt, wenn wir im Augenblick einmal von der Polarisation der Elektronen durch die im inneren Feld ausgerichteten Verunreinigungen absehen, in 2. Bornsche Näherung auf.

Folgender Elementarprozeß beschreibt den Sachverhalt : ein Elektron wird an einer Verunreinigung gestreut, kann seinen Spin herumdrehen und dabei Energie an die Verunreinigung abgeben (oder natürlich auch aufnehmen) und wird anschließend wieder in den Ausgangszustand zurückgestreut.

Dies entspricht folgenden Diagrammen, die bei der Berechnung der Selbstenergie berücksichtigt werden sollen :

$$\Sigma = \text{a} + \text{b} + \text{c} + \text{d} \quad (\text{III3})$$

Hierbei ist $\Rightarrow$ die exakte Greensche Funktion $G(p, \omega_n)$, $==\Rightarrow$ der Propagator $B_{\kappa\kappa}(\omega_c)$ der magnetischen Verunreinigungen und $- - \rightarrow$ der Propagator der $A_{\kappa}(\omega_s)$ der nichtmagnetischen Verunreinigungen

$$A_{\kappa}(\omega_n) = [i\omega_n - (\epsilon_{\kappa} - \lambda_1)]^{-1}$$

$$B_{\kappa\kappa}(\omega_n) = [i\omega_n - (\epsilon_{\kappa} + 2\mu H - \lambda_2)]^{-1} \quad (\text{III4})$$

$$\omega_n = (2n+1)\pi T$$

a beschreibt die BCS - Wechselwirkung, b die Selbstenergie der Elektronen im Austauschfeld der polarisierten Verunreinigungen, c die Streuung an magnetischen und d an nichtmagnetischen Verunreinigungen. Für das 2. Diagramm in (III3) ergibt sich (15, 17) :

$$\Sigma_b = \frac{m_2}{N} \langle S_z \rangle \rho_3 \sigma_3 \quad (\text{III5})$$

mit

$$\langle S_z \rangle = -S B_S\left(\frac{S\mu H}{T}\right) \quad (\text{III6})$$

$B_S\left(\frac{S\mu H}{T}\right)$ ist die Brillouinfunktion

Zur Berechnung der Diagramme a, c und d machen wir für die Greensche Funktion den Ansatz

$$G(\vec{p}, \omega_n) = \frac{1}{2} \left\{ i\tilde{\omega}_{n+}(\rho_0 \sigma_0 + \rho_3 \sigma_3) - \tilde{\xi}_{n+}(\rho_3 \sigma_1 + \rho_0 \sigma_3) + \tilde{\Delta}_{n+}(\rho_2 \sigma_2 - \rho_1 \sigma_1) \right. \\ \left. + i\tilde{\omega}_{n-}(\rho_0 \sigma_0 - \rho_3 \sigma_3) - \tilde{\xi}_{n-}(\rho_3 \sigma_1 - \rho_0 \sigma_3) + \tilde{\Delta}_{n-}(\rho_2 \sigma_2 + \rho_1 \sigma_1) \right\} \quad (\text{III7})$$

oder mit der in (15) benutzten abgekürzten Schreibweise :

$$\mathcal{G}^{-1}(\vec{p}, \omega_n) = \left\{ \left\{ i\tilde{\omega}_{n\pm}, -\tilde{\xi}_{p\pm}, \tilde{\Delta}_{n\pm} \right\} \right\} \quad (\text{III8})$$

Die invertierte Form hat die Gestalt

$$\mathcal{G}(\vec{p}, \omega_n) = \left\{ \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_{n\pm}}{D_{\pm}}, \frac{\tilde{\xi}_{p\pm}}{D_{\pm}}, -\frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{D_{\pm}} \right\} \right\} \quad (\text{III9})$$

$$D_{\pm} = -(\tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \tilde{\xi}_{p\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2)$$

$\mathcal{G}(\vec{p}, \omega_n)$ unterscheidet sich von $\mathcal{G}_0(\vec{p}, \omega_n)$ hauptsächlich durch die Nebendiagonalelemente $\tilde{\Delta}_{n\pm}$, die von der BCS - Wechselwirkung herühren. Die Streuung an den Verunreinigungen führt zu einer Renormalisierung von ω_n , ξ_p und Δ (Δ ist der Ordnungsparameter eines reinen Supraleiters), die wir durch Tilden über den Variablen gekennzeichnet haben. Die Plus - und Minuszeichen unterscheiden die beiden Einstellmöglichkeiten des Elektronenspins.

Aus (III3) und (III9) erhalten wir

$$\begin{aligned} \Sigma_d &= -T^2 \sum_{\substack{n_1, n_2 \\ k}} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} |u_1(p, p')|^2 A_n(\omega_1) A_n(\omega_2) p_3 \sigma_0 \mathcal{G}(p', \omega_{n_1} + \omega_{n_2} - \omega_2) p_3 \sigma_0 \\ &= n_1 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} |u_1(p, p')|^2 \left\{ \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_{n\pm}}{D_{\pm}}, \frac{\tilde{\xi}_{\pm}}{D_{\pm}}, \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{D_{\pm}} \right\} \right\} \\ &= -\frac{1}{2\tau_1} \left\{ \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_{n\pm}}{N_{n\pm}}, 0, \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{N_{n\pm}} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{III10})$$

$$\frac{1}{\tau_1} = n_1 \frac{N(0)}{2} \int |u_1(p, p')|^2 d\Omega \quad (\text{III11})$$

$$N_{n\pm} = \sqrt{\tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2}$$

$u_1(p, p')$ ist das Streupotential, n_1 die Zahl der nichtmagnetischen Verunreinigungen.

Beim letzten Schritt in (III10) wurde benutzt, daß die Streumatrixelemente im allgemeinen nur langsam vom Impuls abhängige Funktionen sind.

Entsprechend erhalten wir für die beiden anderen Diagramme :

$$\Sigma_c(p, \omega_n) = - \frac{T^2}{N^2} \sum_{\substack{\omega_1, \omega_2 \\ k, \alpha, \alpha'}} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} |f(p-p')|^2 B_{k, \alpha}(\omega_1) B_{k, \alpha'}(\omega_2) \times \\ \times (\vec{S}_{\alpha, \alpha'} \cdot \vec{\alpha}) g(p', \omega_n + \omega_1 - \omega_2) (\vec{S}_{\alpha', \alpha} \cdot \vec{\alpha}) \quad (III12)$$

Nach kurzer Zwischenrechnung ergibt sich :

$$\Sigma_c(p, \omega_n) = \frac{c}{N} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} |f(p-p')|^2 [\langle S_z^2 \rangle \alpha_z g(p', \omega_n) \alpha_z + \\ + T \sum_m \frac{2 \langle S_z \rangle}{i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \alpha^+ g(p', \omega_n) \alpha^- \\ + T \sum_m \frac{2 \langle S_z \rangle}{-i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \alpha^- g(p', \omega_n) \alpha^+] \quad (III13)$$

oder nach ausgeführter Integration über den Impuls :

$$\Sigma_c(p, \omega_n) = - \frac{1}{2\tau_2} [\langle S_z^2 \rangle \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_{n\pm}}{W_{n\pm}}, 0, \frac{-\tilde{\Delta}_{n\pm}}{W_{n\pm}} \right\} + \\ 2 \langle S_z \rangle T \sum_m \left\{ \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{i\tilde{\omega}_{m\mp}}{W_{m\mp}}, 0, \frac{-1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\Delta}_{m\mp}}{W_{m\mp}} \right\}] \quad (III14)$$

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{c}{N} \frac{N(0)}{2} \int |f(p-p')|^2 d\Omega \quad (III15)$$

Der Term proportional $\langle S_z \rangle$ beschreibt Spinflip - Prozesse, μH ist die zwischen Elektronen und Verunreinigungen ausgetauschte Energie. Die in der Summe von (III14) auftretenden Divergenzen

sind nur formaler Art. Wir haben nämlich bei der Impulsintegration nicht berücksichtigt, daß das Austauschintegral $\mathcal{F}(p-p')$ bei großen Impulsdifferenzen schnell gegen Null geht. Eine genauere Rechnung würde diese Singularitäten vermeiden, aber im Prinzip nichts Neues bringen. Der Übersichtlichkeit halber schneiden wir deshalb einfach die Summe bei einer gewissen Grenze D , im allgemeinen der Fermienergie, ab.

Und schließlich für die BCS - Wechselwirkung :

$$\sum_{\sigma} (\omega_n) = g T \sum_m \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} p_3 \sigma_0 \mathcal{G}(p', \omega_m) p_3 \sigma_0 = - \{ \{ -i \delta_{\pm}, 0, \Delta_{\pm} \} \} \quad (\text{III 16})$$

$$\delta_{\pm} = g N(0) \pi T \sum_m \frac{\tilde{\omega}_{m\pm}}{N_{m\pm}} \quad (\text{III 17})$$

$$\Delta_{\pm} = g N(0) \pi T \sum_m \frac{\tilde{\Delta}_{m\pm}}{N_{m\pm}}$$

Auch die hier auftretenden Summen sind beschränkt, zur Erinnerung sei nur erwähnt, daß im BCS - Modell eines Supraleiters nur Elektronen im Energieintervall $(-\omega_D, \omega_D)$ über die Phononen miteinander wechselwirken. ω_D ist die Debyeenergie. Für Einzelheiten sei auf (28) verwiesen.

$\Delta_{\pm}$ ist der Ordnungsparameter des Supraleiters; natürlich gilt :

$$\Delta_+ = \Delta_- = \Delta$$

Δ ist wie folgt definiert :

$$\Delta(\tau) = g \langle \psi_{\uparrow}(\tau) \psi_{\downarrow}(\tau) \rangle \quad (\text{III 17a})$$

Aus (III 1), (III 2), (III 5), (III 10), (III 14) und (III 16) erhalten wir durch Koeffizientenvergleich folgendes System gekoppelter Gleichungen :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{n\pm} = & \omega_n \pm i \bar{\Gamma} \pm \delta_{\pm} + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{N_{n\pm}} \\ & + \frac{1}{2\tau_2} \left[\langle S_z^2 \rangle \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{N_{n\pm}} + 2 \langle S_z \rangle T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\omega}_{m\mp}}{N_{m\mp}} \right] \end{aligned} \quad (\text{III 18})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_{n\pm} = & \Delta + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{N_{n\pm}} \\ & - \frac{1}{2\tau_2} \left[\langle S_z^2 \rangle \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{N_{n\pm}} + 2 \langle S_z \rangle T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\Delta}_{m\mp}}{N_{m\mp}} \right] \end{aligned}$$

mit den aus den analytischen Eigenschaften der Greenschen Funktion herrührenden Symmetriebeziehungen :

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = -(\tilde{\omega}_{-n\pm})^* \quad \tilde{\Delta}_{n\pm} = (\Delta_{-n\pm})^*$$

Im Grenzfall $H \rightarrow 0$ ergibt sich das von Abrikosov und Gorkov abgeleitete Gleichungssystem :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_n &= \omega_n + \left[\frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{2\tau_2} S(S+1) \right] \frac{\tilde{\omega}_n}{\omega_n} \\ \tilde{\Delta}_n &= \Delta + \left[\frac{1}{2\tau_1} - \frac{1}{2\tau_2} S(S+1) \right] \frac{\tilde{\Delta}_n}{\omega_n} \end{aligned} \quad (\text{III19})$$

2.- Mittelung über das innere Feld.

Im Rahmen des im 1. Kapitels skizzierten Modells können wir das innere Feld als eine statistische Variable auffassen, (III18) wird dann wie folgt modifiziert :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{n\pm} &= \omega_n \pm i \int dH \bar{I} p(H) + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} + \frac{1}{2\tau_2} \left[\int dH \langle S_z^2 \rangle p(H) \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} \right. \\ &\quad \left. + \int dH \langle S_z \rangle p(H) T \sum_m \frac{1}{\pm 1(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\omega}_{m\mp}}{\omega_{m\mp}} \right] \\ \tilde{\Delta}_{n\pm} &= \Delta + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} - \frac{1}{2\tau_2} \left[\int dH \langle S_z^2 \rangle p(H) \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} \right. \\ &\quad \left. + \int dH \langle S_z \rangle p(H) T \sum_m \frac{1}{\pm 1(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\Delta}_{m\mp}}{\omega_{m\mp}} \right] \end{aligned} \quad (\text{III20})$$

Beschränken wir uns auf den Fall statistisch orientierter Verunreinigungen, liefert die Wechselwirkung zwischen Elektronen und magnetischen Verunreinigungen in 1. Ordnung keinen Beitrag zur Selbstenergie: $\int dH \bar{I} p(H) = 0$.

mit den aus den analytischen Eigenschaften der Greenschen Funktion herrührenden Symmetriebeziehungen :

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = -(\tilde{\omega}_{-n\pm})^* \quad \tilde{\Delta}_{n\pm} = (\tilde{\Delta}_{-n\pm})^*$$

Im Grenzfall $H \rightarrow 0$ ergibt sich das von Abrikosov und Gorkov abgeleitete Gleichungssystem :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_n &= \omega_n + \left[\frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{2\tau_2} S(S+1) \right] \frac{\tilde{\omega}_n}{\omega_n} \\ \tilde{\Delta}_n &= \Delta + \left[\frac{1}{2\tau_1} - \frac{1}{2\tau_2} S(S+1) \right] \frac{\tilde{\Delta}_n}{\omega_n} \end{aligned} \quad (\text{III19})$$

2.- Mittelung über das innere Feld.

Im Rahmen des im 1. Kapitels skizzierten Modells können wir das innere Feld als eine statistische Variable auffassen, (III18) wird dann wie folgt modifiziert :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{n\pm} &= \omega_n \pm i \int dH \bar{I} p(H) + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} + \frac{1}{2\tau_2} \left[\int dH \langle S_z^2 \rangle p(H) \frac{\tilde{\omega}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} \right. \\ &\quad \left. + \int dH \langle S_z \rangle p(H) T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\omega}_{m\mp}}{\omega_{m\mp}} \right] \\ \tilde{\Delta}_{n\pm} &= \Delta + \frac{1}{2\tau_1} \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} - \frac{1}{2\tau_2} \left[\int dH \langle S_z^2 \rangle p(H) \frac{\tilde{\Delta}_{n\pm}}{\omega_{n\pm}} \right. \\ &\quad \left. + \int dH \langle S_z \rangle p(H) T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \frac{\tilde{\Delta}_{m\mp}}{\omega_{m\mp}} \right] \end{aligned} \quad (\text{III20})$$

Beschränken wir uns auf den Fall statistisch orientierter Verunreinigungen, liefert die Wechselwirkung zwischen Elektronen und magnetischen Verunreinigungen in 1. Ordnung keinen Beitrag zur Selbstenergie: $\int dH \bar{I} p(H) = 0$.

IV.- Berechnung der Übergangstemperatur.

Gleichung (III17) gibt uns zusammen mit der in der BCS - Theorie abgeleiteten Beziehung zwischen der Kopplungskonstanten g und der Übergangstemperatur T_{c0} des reinen Supraleiters

$$\frac{1}{g N(0)} = \ln \frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_{c0}} \quad (IV1)$$

die Möglichkeit, die Übergangstemperatur unseres Systems zu bestimmen: nach kurzer Rechnung erhält man :

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} = \pi T \sum_n \left\{ \frac{1}{\Delta} \frac{\tilde{\Delta}_n}{\omega_n} - \frac{1}{|\omega_n|} \right\} \quad (IV2)$$

Falls der Phasenübergang vom supraleitenden zum normaleitenden Zustand von 2. Ordnung ist (36, 37), können wir durch den Grenzübergang $\Delta \rightarrow 0$ aus (IV2) und (III20) die Übergangstemperatur bestimmen.

Das Gleichungssystem (III20) entkoppelt sich.

Mit der neuen Variablen

$$Y_n = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \frac{\tilde{\Delta}_n}{\omega_n} \quad (IV3)$$

erhalten wir

$$\ln \frac{T}{T_{c0}} = 2\pi T \sum_{n \neq 0} \left\{ \operatorname{Re} Y_n - \frac{1}{\omega_n} \right\} \quad (IV4)$$

dabei genügen die Y_n der Gleichung:

$$\begin{aligned} A_n Y_n &= 1 - \frac{1}{T_c} \sum_m \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\langle S_z^2 \rangle \rho(H)}{i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} dH Y_m \operatorname{sign} m \\ A_n &= \omega_n + \frac{1}{2T_c} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z^2 \rangle \rho(H) dH \operatorname{sign} n \\ &\quad + \frac{1}{2T_c} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z^2 \rangle \rho(H) dH \operatorname{sign} n \\ &\quad - \frac{i}{\pi T_c} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z^2 \rangle \rho(H) \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{i\omega_n + \mu H \operatorname{sign} n}{2\pi T}\right) dH \end{aligned} \quad (IV5)$$

Ersetzen wir $p(H)$ durch die δ - Funktion, führen (IV4) und (IV5) auf die in (8) angegebene Gleichung für die Übergangstemperatur.

Wir haben Gleichung (IV4) für verschiedene innere Felder numerisch gelöst und das Ergebnis in Abb. 3-5 aufgezeichnet. Die Übergangstemperatur ist empfindlich von der Breite der Gewichtsfunktion abhängig.

Die Kurven, die den Einfluß des Energieaustausches zwischen Elektronen und Verunreinigungen widerspiegeln, gehen durch Dehnung in Richtung größerer Verunreinigungskonzentrationen aus der AG-Kurve hervor. Verunreinigungskonzentrationen werden im allgemeinen durch Vergleich der Restwiderstände mit einer Probe, deren Gehalt an Verunreinigungen man anderwertig, etwa durch chemische Analyse, Röntgenaktivierung u.s.w. erfahren hat, bestimmt.

Die experimentelle Überprüfung der hier berichteten Erhöhung von T_c setzt deshalb eine genaue Bestimmung der Verunreinigungskonzentration dieser Probe voraus, was sich in der Praxis als sehr schwierig erweist.

Zusammenfassung.

Wir haben uns in diesem Abschnitt auf den paramagnetischen Zustand des Verunreinigungssystems beschränkt. Eine direkte Folge war, daß die Austauschwechselwirkung in 1. Ordnung Störungstheorie keinen Beitrag zur Selbstenergie lieferte. Die Übergangstemperatur bei einer vorgegebenen Verunreinigungskonzentration liegt immer über dem von Abrikosov und Gorkov berechneten Wert. In anderen Fällen, wie z. B. im ferromagnetischen Zustand (15) oder in dem eingangs erwähnten statistischen antiferromagnetischen Zustand mit Bereichen verschiedener Magnetisierungsrichtung, trägt die Austauschwechselwirkung in erster Ordnung zum Paarbrechungseffekt bei: im letzteren Fall wurde die Rechnung nicht explizit durchgeführt, da sich ohne Schwierigkeiten der Verlauf der Übergangstemperatur als Funktion der Verunreinigungskonzentration mit Hilfe der beiden Grenzfälle (paramagnetischer und ferromagnetischer Zustand) abschätzen läßt.

B.- Kritische Felder in Supraleitern.

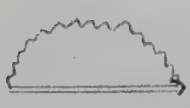
Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, daß der Energieaustausch zwischen Elektronen und magnetischen Verunreinigungen zur Erhöhung der Übergangstemperatur von Supraleitern führen kann. Wir vermuten deshalb, daß auch andere charakteristische Größen, wie kritische Magnetfelder u.s.w. von diesem Effekt modifiziert werden. Inwieweit sich diese sogenannte Spindynamik in den kritischen Magnetfeldern bemerkbar machen wird, hängt ganz wesentlich von der Stärke der angelegten Magnetfelder ab. Aus Abb. 2 können wir entnehmen, daß bei Feldstärken der Größenordnung 1 - 5°K der Energieaustausch zwischen den Leitungselektronen und den Verunreinigungen schon einen wesentlichen Beitrag zur Selbstenergie der Elektronen liefern wird. Dies sind aber gerade die aktuellen Feldstärken bei Experimenten mit dünnen supraleitenden Filmen oder Typ II Supraleitern. In La-In-Legierungen liegt zum Beispiel das obere kritische Feld bei 60 kG ($\sim 3,7^\circ\text{K}$).

V.- Greensche Funktion der Elektronen im äußeren Magnetfeld.

In diesem Kapitel verallgemeinern wir den im Teil A benutzten Formalismus, so daß wir auch äußere Magnetfelder berücksichtigen können. An einem verhältnismäßig einfachen Beispiel sei die Situation erläutert (39, 40) : ein hinreichend dünner supraleitender Film (41) befinde sich in einem Magnetfeld parallel zu seiner Oberfläche. Der Ordnungsparameter $\Delta(\vec{r})$ kann dann im ganzen System als konstant angesehen werden. Für die Greensche Funktion gilt wieder eine Dyson-Gleichung :

$$\overleftrightarrow{\text{---}} = \overleftrightarrow{\text{---}} + \overleftrightarrow{\text{---}} \circ \left(\sum \right) \overleftrightarrow{\text{---}} \quad (\text{V1})$$

die Selbstenergie $\sum(p, \omega)$ enthält im Rahmen der im Abschnitt A benutzten Approximation die Beiträge



a



b



c



d

(V2)

q ist der durch das äußere Feld übertragene Impuls. Wir benutzen an dieser Stelle eine nicht ganz präzise Bezeichnungsweise für

$Q'(\vec{p}, \omega_n)$, letztgenannte Funktion hängt in Wirklichkeit nicht nur von p sondern auch von einer zweiten Variablen p' ab, denn das äußere Feld zerstört die Translationsinvarianz des Systems. $Q'(\vec{r}, \vec{r}', \omega_n)$ ist folglich nicht mehr eine Funktion der Koordinatendifferenz $\vec{r} - \vec{r}'$ allein. Im Rahmen der hier benutzten Näherung besitzt aber $Q'(\vec{r}, \vec{r}', \omega_n)$ für $\vec{r} = \vec{r}'$ ein ausgeprägtes Maximum. Die nichtdiagonalen Elemente von $Q'(\vec{p}, \vec{p}', \omega_n)$ sind deshalb gegenüber den Diagonalelementen ($p' = p$) vernachlässigbar (die nichtdiagonalen Elemente enthalten als zusätzlichen Faktor die mittlere Streuzeit).

Wir machen wieder den Ansatz (III 7) für $Q(\vec{p}, \omega_n)$; zusammen mit (V4) und (V8) erhalten wir ein zu (III 18) analoges gekoppeltes Gleichungssystem, das jetzt aber den Einfluß des äußeren Feld mit enthält:

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = \omega_n \pm i\bar{\Gamma} + \frac{1}{4\tau_A} \tilde{z}_{n\pm} + \frac{\langle J_z^2 \rangle}{2\tau_z} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \tilde{z}_{m\mp}$$

$$\tilde{\Delta}_{n\pm} = \Delta + \frac{1}{4\tau_B} V_{n\pm} - \frac{\langle J_z^2 \rangle}{2\tau_z} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} V_{m\mp}$$

(V9)

$$\frac{1}{\tau_A} = \frac{\langle J_z^2 \rangle}{2\tau_z} + \frac{1}{2\tau_1}$$

$$\frac{1}{\tau_B} = -\frac{\langle J_z^2 \rangle}{2\tau_z} + \frac{1}{2\tau_1}$$

$$\tilde{z}_{m\pm} = \frac{2\tilde{\omega}_{m\pm}}{N_{m\pm}} + \frac{\tilde{\omega}_{m\pm} \tilde{\Delta}_{m\pm}}{(\tilde{\omega}_{m\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{m\pm}^2)^{5/2}} (e v_F)^2 \langle A^2 \rangle$$

$$V_{m\pm} = \frac{2\tilde{\Delta}_{m\pm}}{N_{m\pm}} + \frac{\tilde{\Delta}_{m\pm}(\tilde{\Delta}_{m\pm}^2 - 2\tilde{\omega}_{m\pm}^2)}{3(\tilde{\omega}_{m\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{m\pm}^2)^{5/2}} (e v_F)^2 \langle A^2 \rangle$$

$\langle A^2 \rangle$ bezeichnet den üblichen Mittelwert, H das äußere Feld.

Bei der Berechnung von (V9) wurde verwendet, daß die mittlere freie Stoßzeit sehr klein ist ($\tau \ll 1$). (Diese Bedingung ist

in fast allen Legierungen erfüllt, sie spiegelt die häufige Streuung der Elektronen an Versetzungen, Fehlstellen, Fremdatomen u.s.w. wider. τ kann durch Meßung des Restwiderstandes bestimmt werden und ist im allgemeinen von der Größenordnung $10^{-2} - 10^{-3}$ (K). Wir dürfen dann in (V8) die Argumente der verschiedenen Greenschen Funktionen gleichsetzen; $G(p+q, \omega)$ unterscheidet sich von $G(\vec{p}, \omega_n)$ durch Terme der Größenordnung τ, τ^2, τ^3 u.s.w.

Wir haben bis zu diesem Punkt noch nicht die Wechselwirkung zwischen dem Spin und der Bahn eines Elektrons berücksichtigt. Zwar ist die von dieser Wechselwirkung herrührende mittlere Streuzeit τ_0 um den Faktor 10^3 bis 10^4 größer als τ , der mittleren Streuzeit bei Potentialstreuung, und deshalb der Beitrag zur gesamten Streurate sehr klein, sie hat aber, sobald die Elektronen durch ein äußeres oder inneres Feld polarisiert sind, einen Einfluß auf die Übergangstemperatur oder das kritische Magnetfeld (und überhaupt auf alle thermodynamischen Eigenschaften) eines Supraleiters (43). Da der Spin eines Elektrons bei Spin - Bahn Wechselwirkung nicht erhalten bleibt, hat die "Verschiebung" der Fermiflächen durch das Feld keine so starke Wirkung auf die Cooper Paare; der Paarbrechungseffekt des Feldes wird abgeschwächt. Im paramagnetischen Zustand macht sich die Spin - Bahn Wechselwirkung nicht bemerkbar.

Der Wechselwirkungsoperator hat die Form

$$H_{so} = \sum_{n, p, p'} i \left(\frac{V_{so}}{p_F^2} \right) [\vec{p} \times \vec{p}'] e^{-i(p-p')\tau_n} a_n^+ a_n (\bar{\psi}_p^+ \vec{\sigma}_p \psi_{p'}) \quad (V10)$$

In zweiter Ordnung erhalten wir folgenden Beitrag zur Selbstenergie (der Beitrag 1. Ordnung ist Null)

$$\Sigma_{so}(\vec{p}, \omega_n) = n \sum_{k, k'} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{V_{so}}{p_F^2} [\vec{p} \times \vec{p}']_i (\alpha_k \beta_k G(\vec{p}', \omega_n) \alpha_{k'} \beta_{k'} [\vec{p} \times \vec{p}']_k \quad (V11)$$

Wir integrieren über den Impuls und finden

$$\begin{aligned} \Sigma_{so}(\vec{p}, \omega_n) &= -\frac{1}{2\tau_0} \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_n}{\omega_n}, 0, \frac{\tilde{\omega}_n}{\omega_n} \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\tau_0} \left\{ \frac{i\tilde{\omega}_n}{\omega_n}, 0, \frac{\tilde{\omega}_n}{\omega_n} \right\} \\ \frac{1}{\tau_0} &= n_s \frac{4\pi}{9} |V_{so}|^2 N(0) \end{aligned} \quad (V12)$$

Die Spin - Bahn Wechselwirkung trägt also sowohl zu Streuprozessen mit Spinflip als auch ohne Spinflip bei.

Mit (V12) können wir das Gleichungssystem (V9) vervollständigen :

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = \omega_n \pm i\Gamma + \frac{1}{4\epsilon_A} z_{n\pm} + \frac{1}{2\epsilon_{so}} z_{n\mp} + \frac{\langle S_z \rangle}{2\epsilon_2} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} z_{m\mp}$$

$$\tilde{\delta}_{n\pm} = \Delta + \frac{1}{4\epsilon_B} V_{n\pm} + \frac{1}{2\epsilon_{so}} V_{n\mp} - \frac{\langle S_z \rangle}{2\epsilon_2} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} V_{m\mp}$$

(V13)

$$\frac{1}{\epsilon_A} = \frac{\langle S_z^2 \rangle}{2\epsilon_2} + \frac{1}{2\epsilon_1} + \frac{1}{2\epsilon_{so}}$$

$$\frac{1}{\epsilon_B} = -\frac{\langle S_z^2 \rangle}{2\epsilon_2} + \frac{1}{2\epsilon_1} + \frac{1}{2\epsilon_{so}}$$

VI.- Berechnung kritischer Magnetfelder.

Vollkommen analog zu Kapitel IV erhalten wir aus (V1) im Limes $\Delta \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{n\pm} = \omega_n \pm i\bar{\Gamma} + \left(\frac{1}{2\tau_A} + \frac{1}{\tau_0} \right) \text{sign} n \\ + \frac{\langle J_z \rangle}{\tau_L} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \text{sign} m \end{aligned} \quad (\text{VI1})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{n\pm} \gamma_{n\pm} = 1 + \frac{1}{2\tau_B} (1 - 2\mathcal{G}\tau) \gamma_{n\pm} \text{sign} n \\ + \frac{1}{\tau_0} (1 - 2\mathcal{G}\tau) \gamma_{n\mp} \text{sign} n \\ - \frac{\langle J_z \rangle}{\tau_L} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} (1 - 2\mathcal{G}\tau) \gamma_{m\mp} \text{sign} m \end{aligned} \quad (\text{VI2})$$

τ ist die mittlere Stoßzeit, $\mathcal{G}$ der in (40) eingeführte Paarbrechungsparameter

$$\mathcal{G} = \frac{\tau v_F^2 e^2 d^2 H^2}{18} \quad (\text{VI3})$$

d ist die Dicke des Films.

Die Gleichungen (VI1, 2) haben eine sehr allgemeine Gültigkeit. Wie von Maki (39, 42) gezeigt wurde, kann man auch im Falle eines Supraleiters mit Transportstrom oder im Typ II Supraleiters im äußeren Feld eines solches Gleichungssystem formulieren. Der Paarbrechungsparameter braucht im Fall mit Strom nur durch

$$\mathcal{G} = \frac{2}{3} \tau (v_F q)^2 \quad (\text{VI3})$$

und im Typ II Supraleiter durch

$$\mathcal{G} = \frac{e\tau v_F^2}{3} H \quad (\text{VI5})$$

ersetzt werden. q ist der Impuls eines Cooper Paares.

Wenn man berücksichtigt, daß $\frac{\tau}{\tau_0} \ll 1$, $\frac{\tau}{\tau_2} \ll 1$, und $\frac{\tau}{\tau_2} \approx \frac{\tau}{\tau_4} \approx 1$ führen (VI1) und (VI2) nach kurzer Zwischenrechnung auf

$$A_{nt} \gamma_{nt} + \frac{1}{\tau_0} [\gamma_{nt} - \gamma_{n\bar{t}}] \operatorname{sign} n =$$

$$1 - \frac{\langle J_z^2 \rangle}{\tau_2} T \sum_m \frac{1}{\pm i(\omega_n - \omega_m) - \mu H} \gamma_{m\bar{t}} \operatorname{sign} m \quad (\text{VI6})$$

$$A_{nt} = \omega_n \pm i \bar{\Gamma} + \frac{1}{2\tau_2} [\langle J_z^2 \rangle + S(S+1)] \operatorname{sign} n + \mathcal{G} \operatorname{sign} n \quad (\text{VI7})$$

$$\pm i \frac{\langle J_z^2 \rangle}{\tau_2} \left\{ \log \frac{D}{2\pi T} - \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{\text{eff}} \mu H \operatorname{sign} n}{2\pi T} \right) \right\}$$

D ist eine Zahl von der Größenordnung $\mathcal{E}_F$ (siehe Bemerkung auf Seite 15).

Energieaustauscheffekte zwischen Elektronen und Verunreinigungen werden nur dann in der kritischen Feldkurve bemerkbar sein, wenn $\mathcal{G}$ für die aktuellen, im Experiment auftretenden Felder nicht zu groß wird d.h. zum Beispiel für einen Typ II Supraleiter, daß τ eine sehr kleine Zahl sein muß (oder mit anderen Worten: je größer die Zahl der nichtmagnetischen Verunreinigungen, der Versetzungen u.s.w. ist, je kleiner also τ , wird, desto größer wird das obere kritische Feld, desto stärker macht sich der Energieaustausch bemerkbar und desto weniger wird der Einfluß des Magnetfeldes auf die Bahn der Elektronen den spindynamischen Effekt überdecken.

In Abb. 7 haben wir das obere kritische Magnetfeld als Funktion der Temperatur aufgezeichnet. Wir können im wesentlichen zwei Fälle unterscheiden: 1. die Spin - Bahn Wechselwirkung ist nicht stark genug, den Paarbrechungseffekt des Austauschfeldes zu neutralisieren. Der spindynamische Effekt hat dann keine besonders drastische Wirkung. Vergleicht man die nach der Fulde - Maki Theorie (I) und der hier entwickelten Theorie (I') berechneten $H(T)$ - Kurven, bemerkt man, daß die Kurve (I') aus I einfach durch Vergrößerung der Spin - Bahn Wechselwirkung hervorgeht. Der Energieaustausch zwischen Leitungs-

elektronen und magnetischen Verunreinigungen kann allein den paarbrechenden Effekt des Austauschfeldes nicht wirkungslos machen, er kann ihm nur im Bereich starker Magnetfelder etwas abschwächen. 2. die Spin-Bahn Wechselwirkung ist stark genug, das Austauschfeld auch bei tiefen Temperaturen zu neutralisieren (Kurve II). Die Spindynamik kommt voll zur Wirkung; die stark polarisierten Verunreinigungen vermindern den Streuquerschnitt für Spinflip Prozesse der Elektronen an den magnetischen Verunreinigungen, letztere werden weniger effektiv (Kurve II). Die Abbildungen 8 und 9 zeigen einen Vergleich von Theorie und Experiment. Wir sehen, daß die Messungen von Parks und Mitarbeitern (18) bereits gut im Rahmen der Fulde-Maki Theorie (17) verstanden werden können. Der spindynamische Effekt bringt eine Verminderung des nach obigen Theorie zu Grunde gelegten J - Wertes; dies liegt an der schon erwähnten Abschwächung des Paarbrechungseffektes des Austauschfeldes ($I \sim \frac{1}{k_z} J$).

Ausblick

Vergleicht man die berechneten mit den gemessenen $H_{C_2}(T)$ - Kurven, bemerkt man bei größeren Konzentrationen (z.B. 1.49% Gd) und tiefen Temperaturen eine systematische Abweichung. Die Ursache liegt in dem vereinfachten Modell, das wir bei der Berechnung der $H_{C_2}(T)$ -Kurven zu Grunde gelegt haben. In dem angegebenen Konzentrationsbereich ist das obere kritische Magnetfeld bereits so klein, daß wir den Beitrag vom inneren Feld am Ort der Verunreinigung nicht mehr vernachlässigen dürfen. Die dabei auftretenden Feldstärken sind von der Größenordnung Grad Kelvin. Dieser Anteil ist temperaturunabhängig; das kritische Magnetfeld wird deshalb in diesem Bereich auch nur eine schwach von der Temperatur abhängige Funktion sein, das ist in Wirklichkeit auch der Fall, wie das Experiment zeigt (18).

LITERATURANGABEN und HINWEISE.

1. J. Friedel Nuovo Cim. suppl. 7, 287 (1958)
A. Blandin, J. Friedel, J. phys. rad. 20, 160 (1956)
2. P.N. Anderson, Phys. Rev., 124, 41 (1961)
3. In dem Buch von A.H. Morrish, The Physical Principles of Magnetism., New York, London, Sydney 1965, sind die wichtigsten Daten zusammengestellt, außerdem findet man dort eine große Zahl von Literaturhinweisen.
4. K. Schwidtal, Z. Physik 158, 503 (1960)
Diese Arbeit enthält eine ausführliche Liste über Publikationen der Göttinger Gruppe.
5. H. Suhl, B.T. Matthias, E. Corenzwit, Phys. Chem. Solids 11, 346 (1959)
R.A. Hein, R.L. Falge, B.T. Matthias, Phys. Rev. Lett. 2, 500 (1959)
6. C. Herring, Physica 24, S184 (1958)
7. H. Suhl, B.T. Matthias, Phys. Rev. 114, 977 (1959)
8. A.A. Abrikosov, L.P. Gorkov, JETP 12, 1243 (1961)
9. F. Reif, N.A. Woolf, Phys. Rev. 137, A 557 (1965)
10. J.E. Crow, R.D. Parks, Phys. Lett 21, 378 (1960)
11. L.P. Gorkov, A.J. Rusinov, JETP 19, 922 (1964)
12. F. Takano, Prog. Theor. Phys. 36, 1095 (1966)
13. K.H. Bennemann, Phys. Rev. Lett., 17, 438 (1960)
14. D.K. Finnemore D.C. Hopkins, P.E. Palmer, Phys. Rev. Lett. 15, 891 (1965)
15. J. Keller, Dissertation, Frankfurt (1968)
- 15a R. Benda, J. Keller, Verhdlg. d. deutsch. Phys. Gesell. 1, 77 (1968)
16. W. Marshall, Phys. Rev. 118, 1520 (1960)
17. P. Fulde, K. Maki, Phys. Rev. 141, 275 (1965)
18. R.D. Parks, J.E. Crow, R.P. Guertin, Phys. Rev. Lett., 19, 77 (1967)
19. M.A. Rudermann, C. Kittel, Phys. Rev. 96, 99 (1954)
20. M.W. Klein, R. Brout, Phys. Rev. 132, 2412 (1963)
21. J. Owen, M. Brown, W.D. Knight, C. Kittel, Phys. Rev. 102, 1501 (1950)
22. Y.A. Rocher, Adv. Phys. 11, 233 (1962)
23. W. Baltensberger, Helv. Phys. Acta 32, 197 (1959)
24. K. Yosida, Phys. Rev. 106, 893 (1957)
25. J.R. Schrieffer, P.A. Wolff, Phys. Rev. 149, 491 (1960)
26. T. Kasuya, Prog. Theor. Phys. 16, 45 (1956)
27. J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 106, 162 (1957);
Phys. Rev. 108, 1175 (1954)

28. Aus der Vielzahl der Bücher über die Theorie der Supraleitung seien drei erwähnt:
J.R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, New York (1964)
P.G. de Gennes, Superconductivity of Metals and Alloys, N.Y. (1960)
M. Tinkham, Low Temp. Physics, New York (1962) (Les Houches)
29. N. Götze, W. Brenig, private Mitteilung.
30. A.A. Abrikosov, Physics 2, 5 (1965)
- α 31. L.P. Gorkov, JETP 7, 505 (1958)
32. Von P.W. Anderson wurde der Einfluß gewöhnlicher Potentialstreuung auf die Übergangstemperatur untersucht. Es stellte sich heraus, daß im strom- und feldfreien Fall weder das Anregungsspektrum noch die thermodynamischen Eigenschaften eines Supraleiters geändert werden. Dieses Ergebnis ist unter dem Namen Andersonsches Theorem bekannt. P.W. Anderson, J.Phys.Chem. Solids 11, 26 (1959)
33. Eine Diskussion findet sich bei V. Ambegaokar, A. Griffin Phys. Rev. 137, A 1151 (1965)
34. Interessierte Leser finden diesen sogenannten Nambu-Formalismus in Schrieffer's Buch (28), bei V. Ambegaokar und A. Griffin (33) und in der Dissertation von J. Keller (15), diskutiert.
35. Einen guten Überblick erhält man durch:
A.A. Abrikosov, L.P. Gorkov, I.Y. Dzyaloshinski
Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics, Oxford, London, New York, (1965)
36. Eine Theorie der Phasenübergänge findet sich z.B. in dem Buch von L.D. Landau und E.M. Lifshitz, Statistical Physics, London-Paris (1958)
37. P. Fulde und K. Maki diskutieren dieses Problem in der Arbeit veröffentlicht in Phys. Rev. 141, 275 (1960). Fußnote 9. Eine Diskussion findet sich ebenfalls in der Dissertation von M. Cyrot, Orsay (1968) und bei K. Maki in Physics 1, 1 (1964). Ist der in der letztgenannten Publikation eingeführte Parameter $\mathcal{X}_2(T)$ kleiner als $1/\sqrt{2}$, kann ein Phasenübergang erster Ordnung vorliegen. Bei den hier zugrunde gelegten Versuchsbedingungen haben wir es immer mit einem Phasenübergang zweiter Ordnung zu tun. Im Teil B garantiert die Spin-Bahn Wechselwirkung und die Potentialstreuung, daß auch bei starkem Einfluß des Pauli-Paramagnetismus der Phasenübergang bis auf ein kleines Intervall bei $T = 0$ von 2. Ordnung ist.
38. L.P. Gorkov, JETP 10, 593 (1960)
39. K. Maki, Rog. Theor. Phys. 31, 378 (1964)
40. K. Maki, Rog. Theor. Phys. 31, 731 (1964)
41. Die Dicke des Filmes muß klein gegen die Londonsche Eindringtiefe sein
42. K. Maki, Physics 1, 21 (1964)
43. A.A. Abrikosov, L.P. Gorkov, JETP 15, 752 (1962)

Erklärung der Abbildungen.

- Abb. 1. Übergangstemperatur eines Supraleiters als Funktion der Verunreinigungskonzentration
 o o o o Meßkurve von Matthias und Mitarbeitern in La Gd Legierungen
 ——— von Abrikosov und Gorkov berechnete Δ Kurve
- Abb. 2. Feldverteilung am Ort einer Verunreinigung nach Klein und Brout im paramagnetischen Zustand, H gemessen in °K.
- Abb. 3-5. Übergangstemperatur als Funktion der Verunreinigungskonzentration bei verschiedenen Verunreinigungsspins. $\lambda = 5 \cdot \tau_L$
 a : nach Abrikosov und Gorkov, b : $\lambda = 1$; c : $\lambda = 10$
- Abb. 6. Oberes kritisches Magnetfeld nach der Fulde - Maki Theorie bei verschieden starker Spin - Bahn Wechselwirkung
 a, b, c, d, e,
 $\frac{1}{k_0 T_0} = 1 \quad 1,5 \quad 1,8 \quad 2,0 \quad 2,5$
- Abb. 7. Oberes kritisches Magnetfeld H_{c2} nach der Fulde - Maki Theorie, — — — mit Spindynamik. $J \sim 140^\circ K$
 bei Kurve I und I' ist $\frac{1}{k_0} = 1,1$, bei Kurve II und II' ist $\frac{1}{k_0} = 1,5$.
- Abb. 8. Obere kritische Magnetfeldkurven in LaInGd Legierungen
 ——— Meßkurve von Parks und Mitarbeiter
 — — — nach der Fulde - Maki Theorie
- Abb. 9. Obere kritische Magnetfeldkurven in LaInGd Legierungen
 ——— Meßkurve von Parks und Mitarbeitern
 — — — nach der Theorie mit Spindynamik
 Beim Vergleich der experimentellen H (T) Kurven haben wir die Steigung von $H_{c2}(T)$ bei $H_{c2} = 0$ angepaßt.

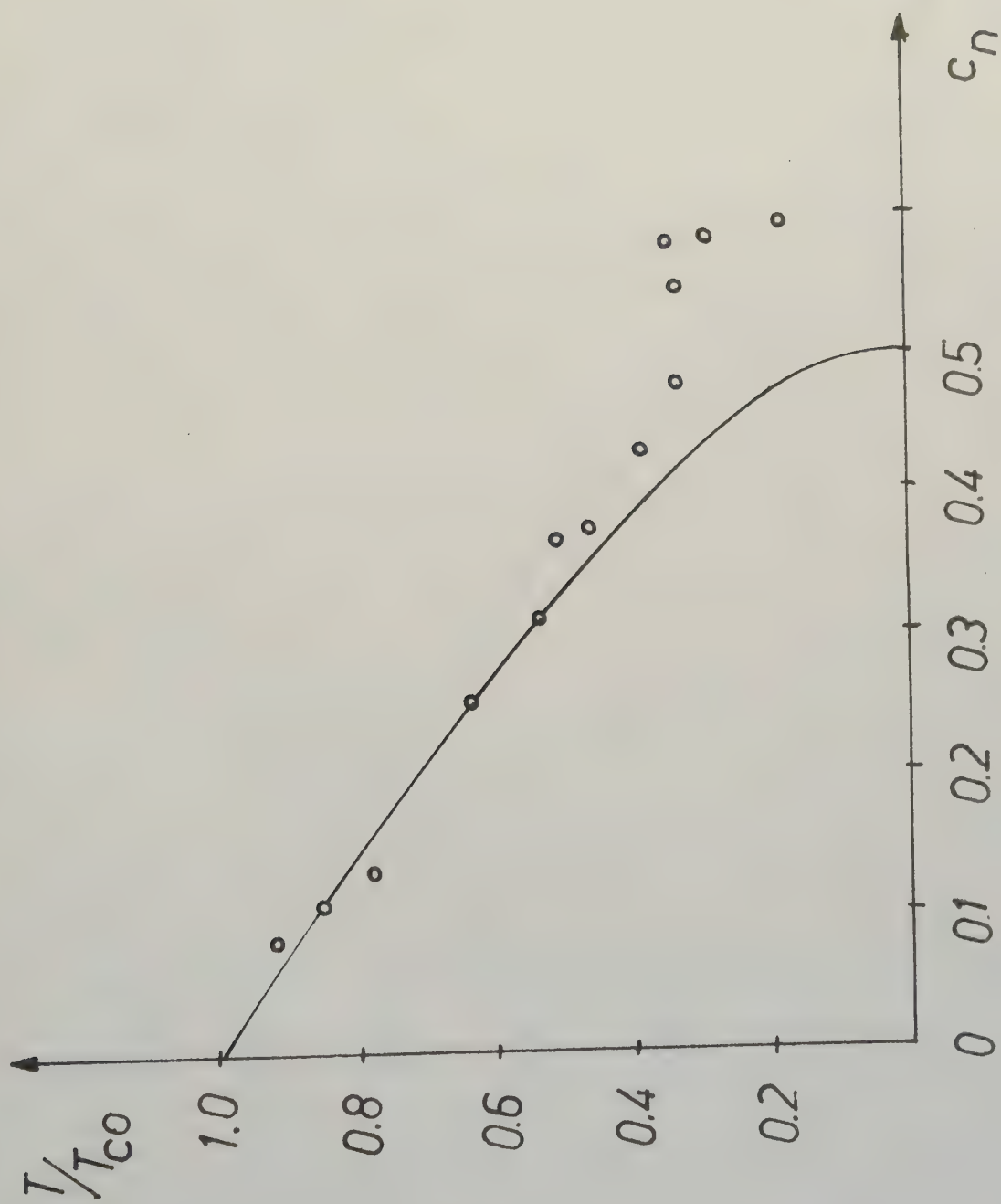


Abb. 1

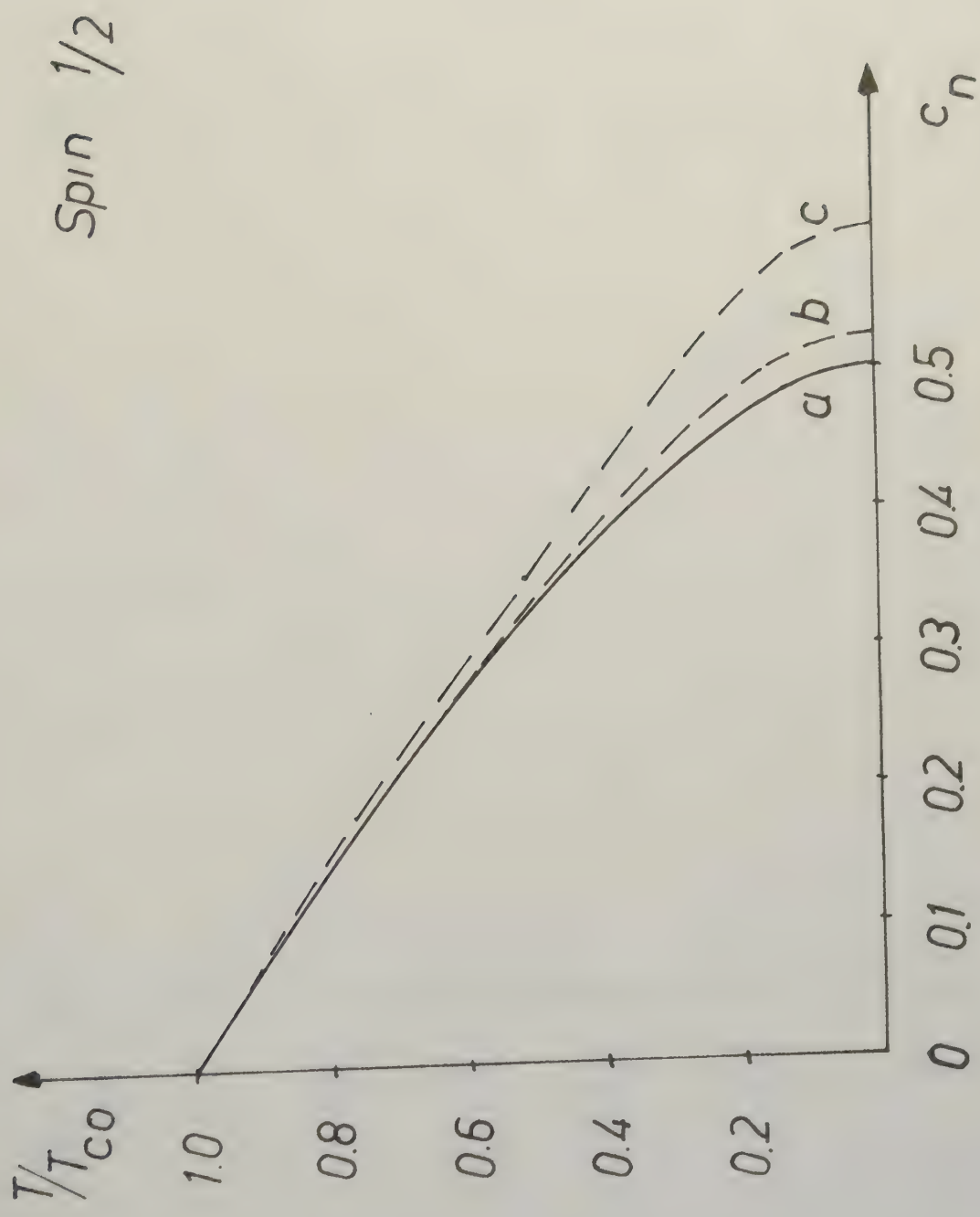


Abb. 3

Spin 1

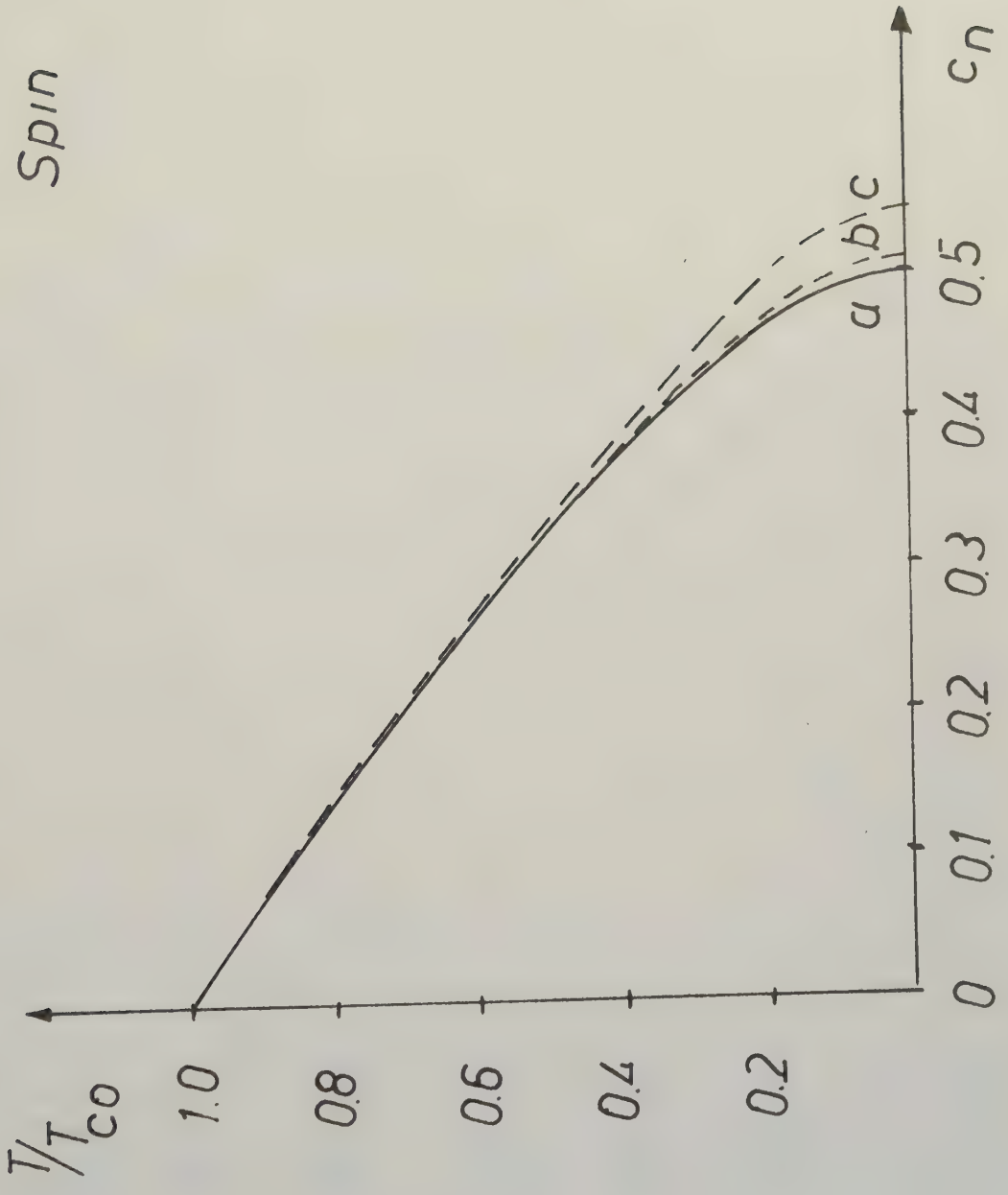


Abb. 4

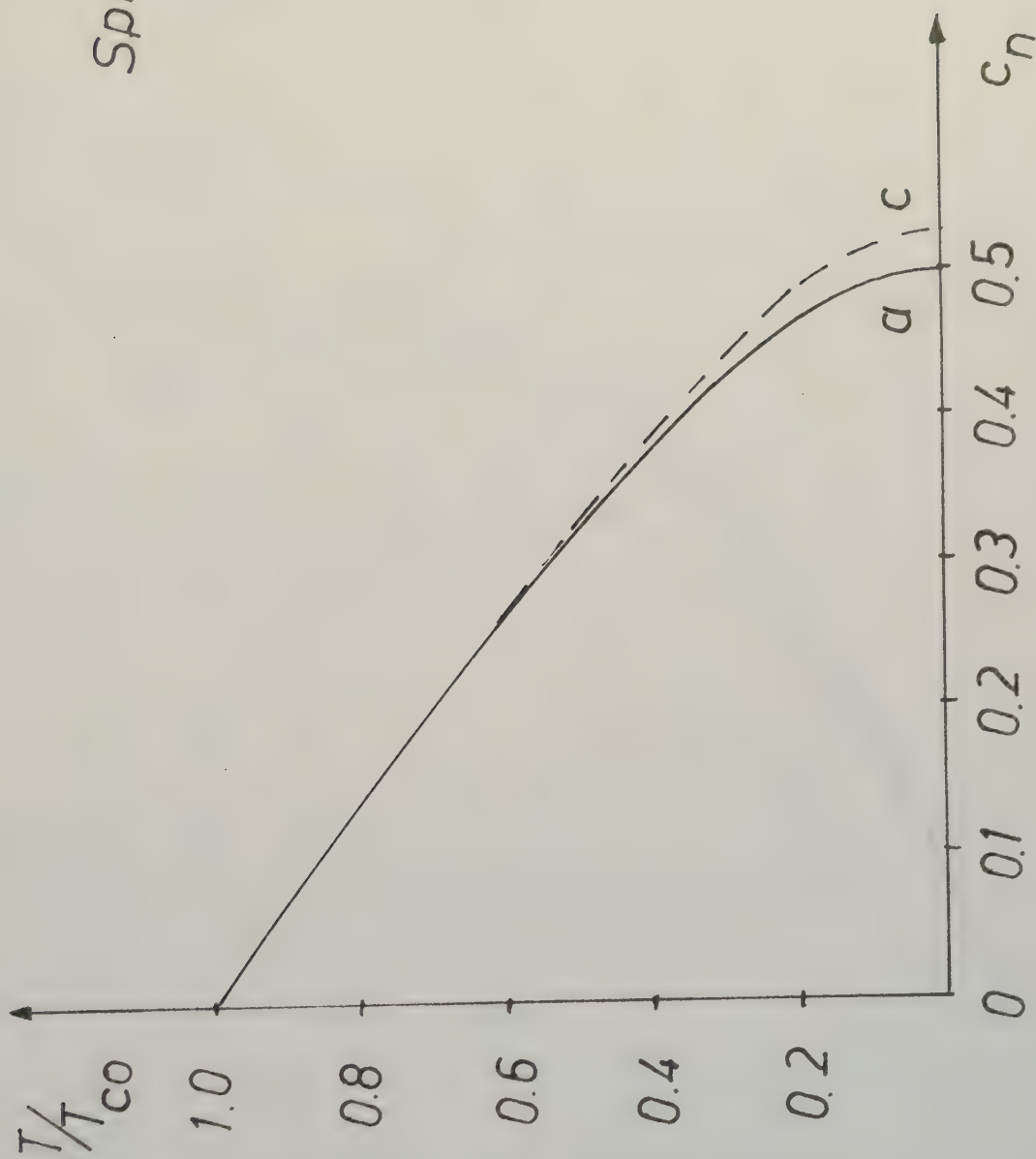


Abb. 5

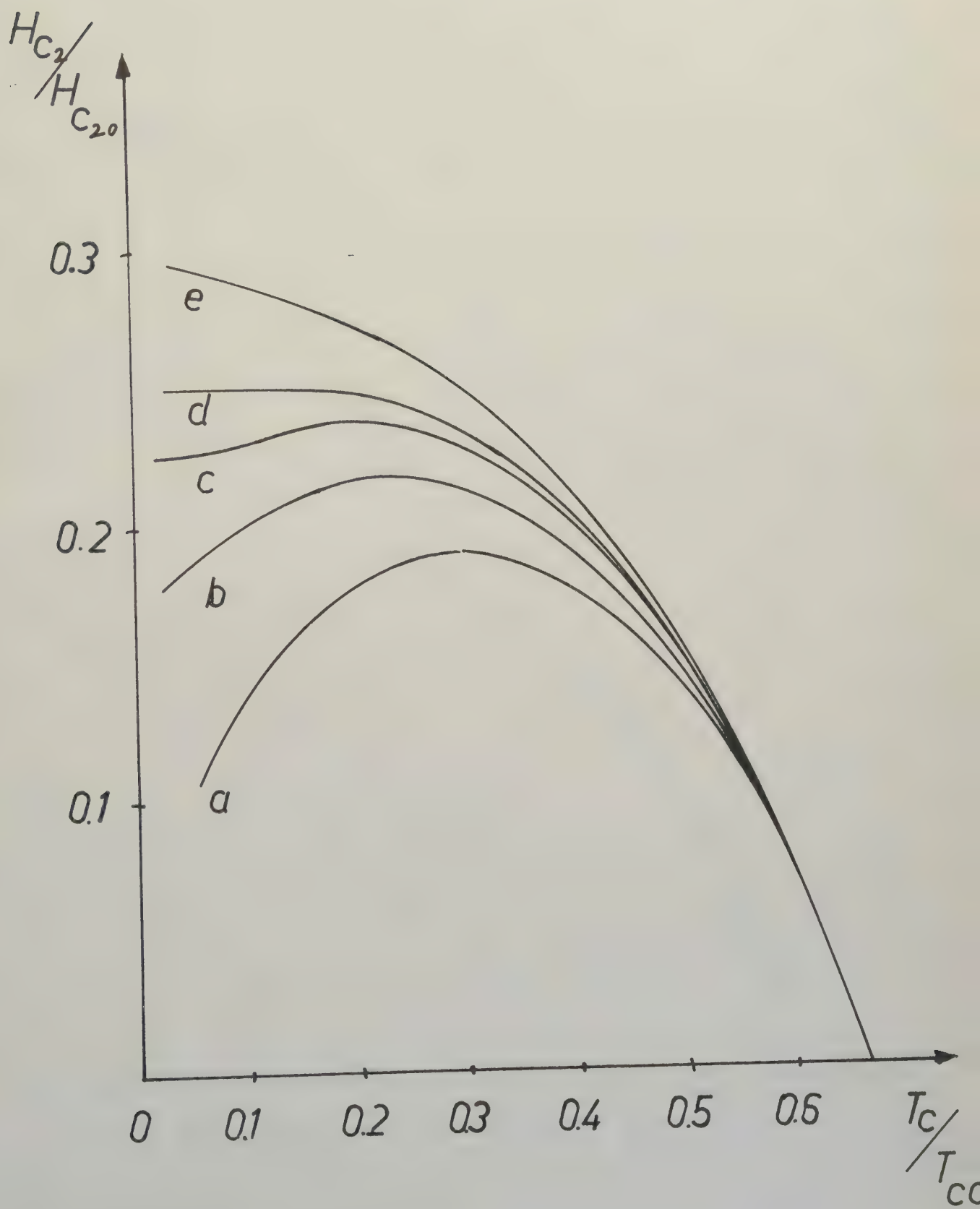


Abb. 6

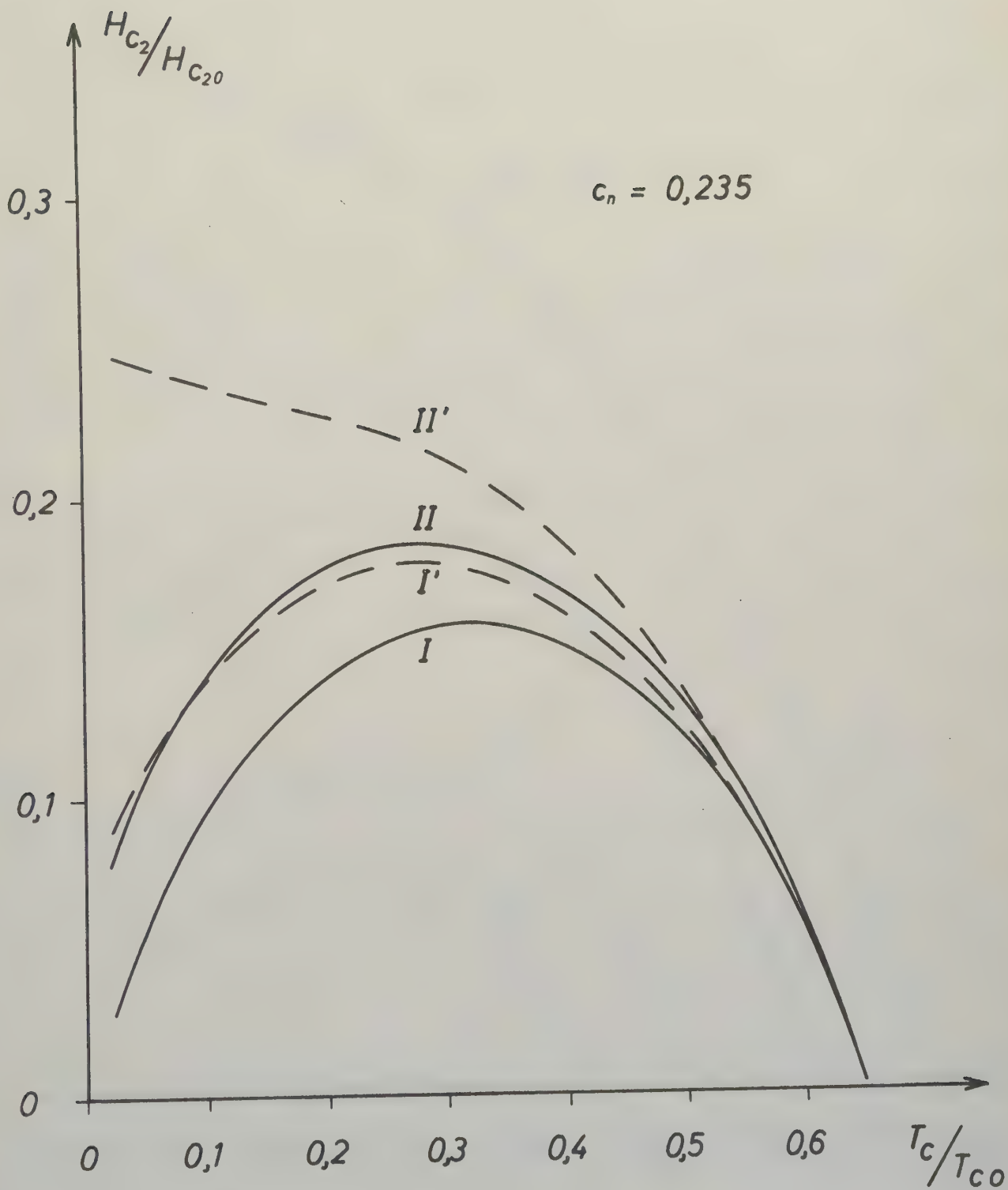


Abb. 7

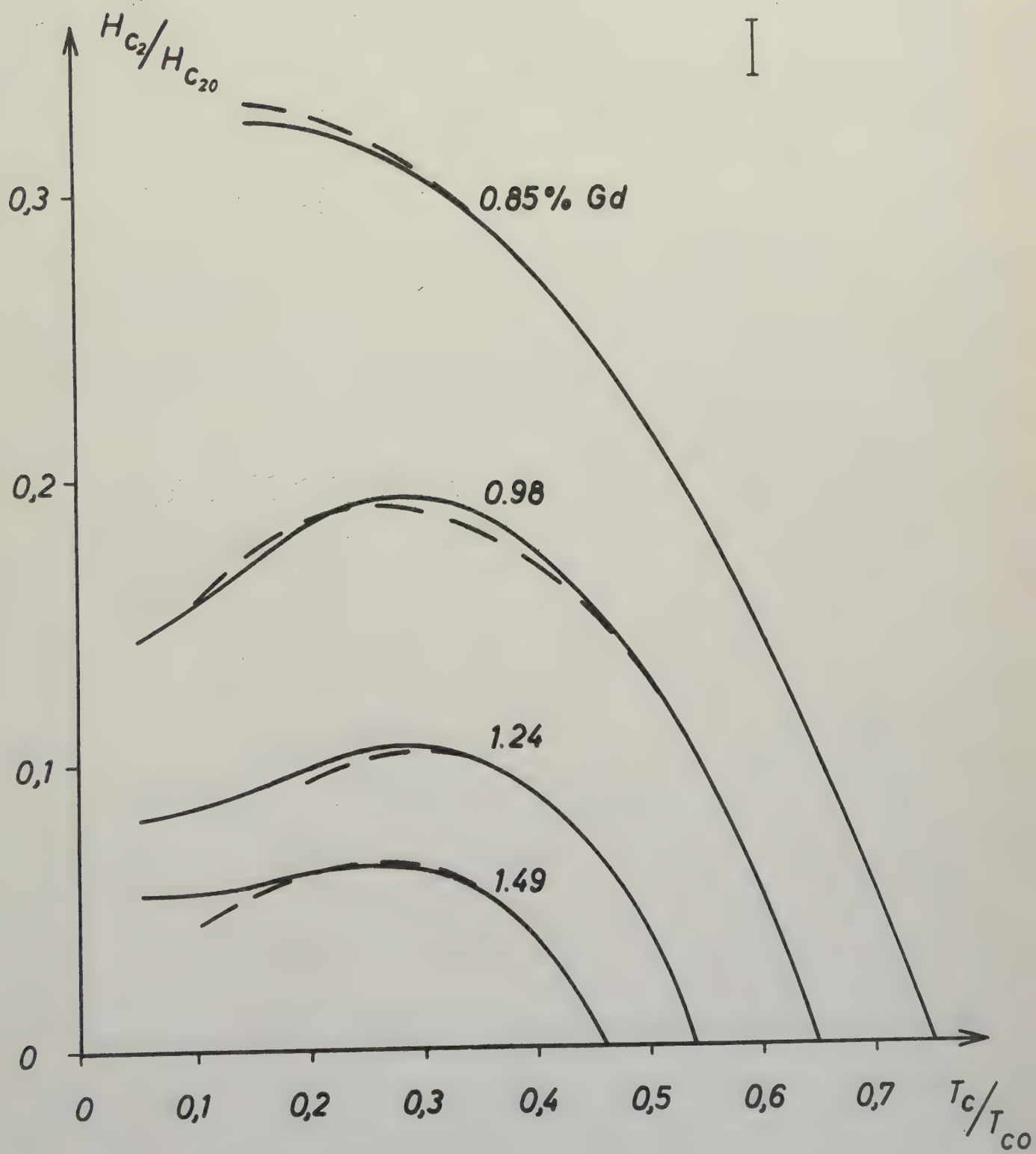


Abb. 8

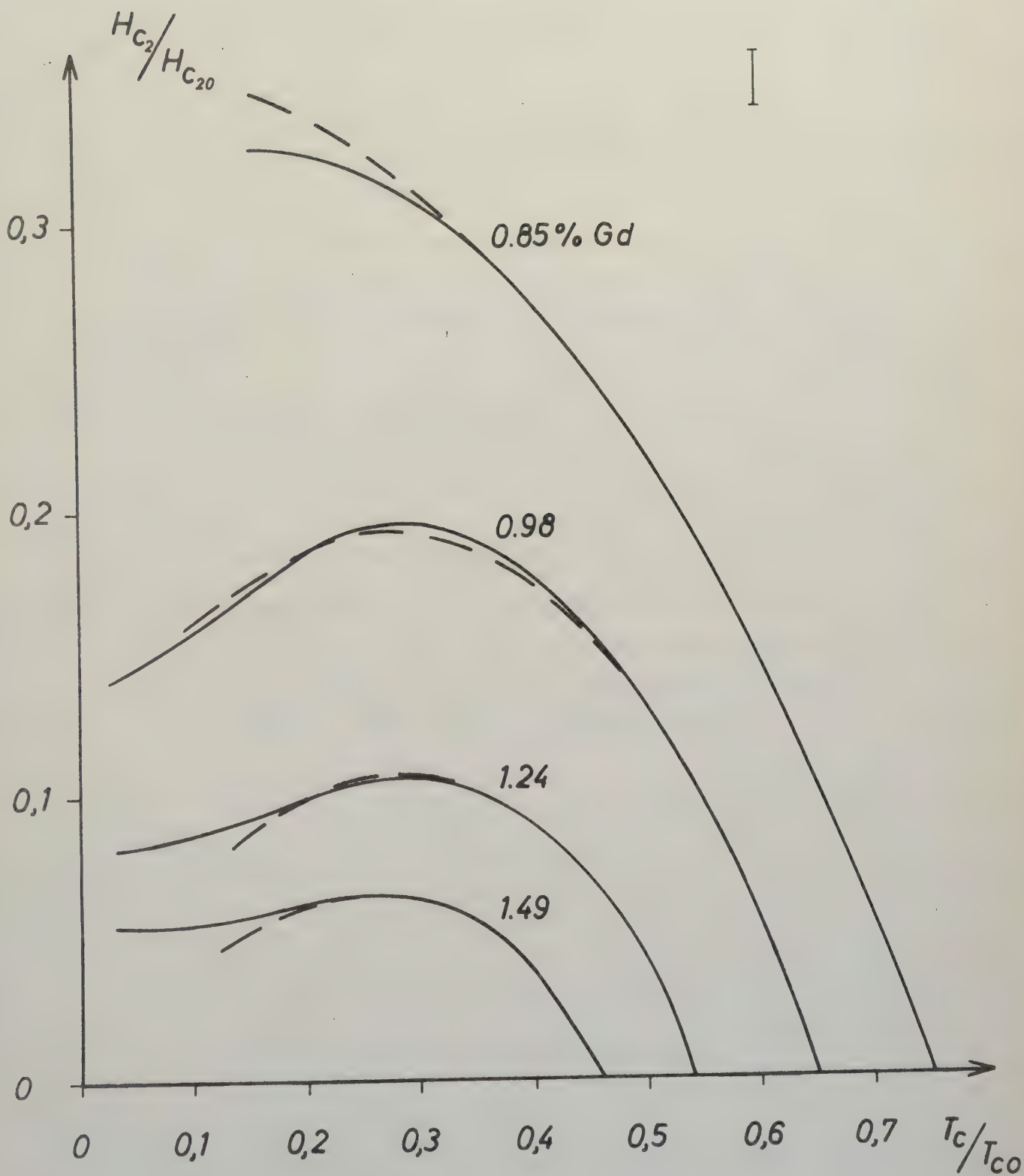


Abb. 9

Herrn Professor Dr. P. Fulde danke ich herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für viele klärenden und fördernden Diskussionen.

Herrn Professor Dr. H. Bilz gab mir durch die Aufnahme in seine Gruppe die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für theoretische Physik zu beginnen. Ich möchte ihm dafür meinen Dank aussprechen.

Ganz besonderen Dank schulde ich den Herren Drs. H. Engler und J. Keller, die in zahlreichen Diskussionen zur Klärung vieler Probleme beigetragen und mich außerdem bei den numerischen Rechnungen unterstützt haben.

Fräulein Schäfer war mir in dankenswerter Weise bei der Fertigstellung der Literaturliste behilflich.

Weiterhin gilt mein Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Finanzierung der numerischen Rechnungen am Deutschen Rechenzentrum in Darmstadt und am Rechenzentrum der Universität Mainz.

Herrn Dr. B. Sammel danke ich für viele Hinweise beim Programmieren.

Meine Frau Annick hat mit unendlicher Geduld das Manuskript dieser Arbeit geschrieben; dafür und für viele verständnisvolle Hilfe möchte ich ihr auch an dieser Stelle herzlich danken.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren Dr. Baer, Beck, Behrens, Bilz, Bopp, Czerny, Flügge, Franz, Fulde, Hönl, Köthe, Morgenstern, Mrowka, Royen, Schlüter, Steinwedel, Süßman.

Lebenslauf

Am 15. Juli 1940 wurde ich, Rainer Benda, als Sohn des Ingenieurs Franz Benda und seiner Ehefrau Hilde geb. Riedel in Aussig, CSSR, geboren. Ich besuchte von 1946 bis 1951 die Volksschule in Raboldshausen Bz. Kassel, anschließend bis zum Abitur im Jahre 1960 die Goetheschule in Kassel.

Im Sommersemester 1960 begann ich das Studium der Physik an der Universität Frankfurt/M.. Nach bestandener Diplomvorprüfung im Mai 1962 studierte ich an den Universitäten Freiburg und München. 1964 kehrte ich nach Frankfurt/Main zurück und schrieb unter der Leitung von Prof. Dr. B. Mrowka eine Diplomarbeit über eindimensionale Supraleiter.

Nachdem ich im Jahre 1966 die Diplomprüfung abgelegt hatte, wurde ich Mitarbeiter von Prof. Dr. P. Fulde.

Seitdem habe ich mich hauptsächlich mit den Eigenschaften supraleitender Legierungen beschäftigt.

Im Juli 1965 habe ich geheiratet.

